

Casetă nr. 10

EDITAT DE RECOOP

Lei : 3



# JOCURI PE CALCULATOR

PROGRAME PENTRU INSTRUIRE  
LA MATEMATICĂ

## JOCURI PE CALCULATOR — o nouă posibilitate de instruire în timpul liber

După părerea unanim acceptată, calculatorul trebuie privit ca un prieten, o unealtă a omului, o sursă de potențare a puterii de creație cu largi orizonturi.

„Calculatorul — spunea Jean Jaques Servan Schreiber — este o unealtă, aşa cum a fost cartea după Guttenberg. Ca și cartea, e o trambulină pentru creatori. În fața revoluției electronice nu există decât o alternativă: ori înveți să controlezi tehnologia, ori te lași controlată de ea“.

Jocurile pe calculator nu mai sunt o noutate, dar ceea ce dă importanță domeniului, având calculatorul ca partener „intelligent“ de întrecere, este și faptul că se vor putea trece aproape toate jocurile logice — aşa-zise vechi — pe calculator și că există mari posibilități ca o multitudine de jocuri logice noi să fie lansate pe piață mai întâi (sau numai) pe calculator.

Jocul și calculatorul se completează, deci, atât de bine, încât par ar fi făcuți unul pentru celălalt. Totuși ceva intervine și aici. Astfel, în jocul clasic, regulile trebuie cunoscute de toți participanții. Calcu-

latorul are regulile lui ce nu pot fi modificate sau ignorate. Totodată, jucătorul nu mai este un creator, ci un simplu participant, iar calculatorul nu e niciodată un partener egal, ci un arbitru și un instrument de simulare. Noua dimensiune pe care o introduce calculatorul, bogăția sa, o constituie multitudinea de situații și variante pe care le poate simula.

Dar calculatorul nu se limitează numai la jocuri. El are o gamă largă de posibilități. Dintre acestea, o mare utilizare o are în domeniul instruirii personale în diverse discipline de învățămînt, respectiv de la matematică, fizică, chimie pînă la limbile străine.

\* \* \*

Potrivit programului stabilit de CENTROCOOP — împreună cu Institutul de Tehnică de Calcul și Informatică (ITCI), MEI, CCES, Electrecord, Electronica, Electromagnetica, Revista „Ştiință și Tehnică” și RECOOP — au apărut și urmează să apară casețe cu programe de jocuri cu tematică diversă, ca și programe de instruire în școli.

RECOOP este interesat să primească orice sugestie și proponeri de noi programe pe calculator.

Publicul, din ce în ce mai pasionat, caracteristicile deosebite ale calculatoarelor, și, mai ales, extraordinara inventivitate în acest domeniu garantează viitorul unor noi programe pe calculator.

Dr. GH. FETEANU

## Fața nr. 1

### 1. IZOMETRII

### 2. TLS (Tangenta, limită a secantei)

# IZOMETRII

## PREZENTARE GENERALĂ

Oferind elevilor multiple exemple ce ilustrează concret relațiile dintre punctele sau dreptele unui plan, programul didactic IZOMETRII are ca scop facilitarea înțelegерii unor capitole din programa de matematică de liceu.

Programul este compus din trei părți, corespunzătoare unor subcapitole din manualul de geometrie analitică, și anume: „Transformări geometrice”, „Translații” și „Rotății”.

*Prima parte* a programului oferă exemple de funcții simple sau compuse, care realizează translația unui punct dintr-un plan într-un alt punct al aceluiași plan. Este permisă compunerea mai multor funcții (dar cel mult trei).

Partea a doua demonstrează cum poate fi mutat un vector într-un plan, modificând coordonatele capetelor lui. Programul oferă posibilitatea de a schimba pozițiile mai multor vectori aflați în aceeași poziție sau în poziții diferite pe ecran, putindu-se realiza astfel unele figuri geometrice simple.

Ultima parte a programului (Rotății) efectuează transformări de rotație pentru diverse figuri geometrice. Există posibilitatea ca figura geometrică să fie rotită, pas cu pas, pînă la un unghi final, indicat dinainte de utilizatorul programului, precum și posibilitatea de a afișa doar poziția finală a figurii rotite la unghiul indicat.

## UTILIZARE

După încărcare cu comanda „LOAD”, programul se lansează automat în execuție și începe cu o prezentare simplă care poate fi întreruptă prin acționarea simultană a tastelor C și V. Apoi, programul continuă cu o parte de teorie, după

care apare următorul mesaj: „Alegeți 1, 2 sau 3” pentru selectarea uneia din cele trei părți componente de bază ale programului și anume: transformări geometrice (1), translații (2) și rotații (3). Originea sistemului de axe de coordinate va fi fixată de către utilizator folosind tastele Q, A, O, P, respectiv pentru sus, jos, stînga, dreapta; pentru validarea alegерii — tasta 0 (zero).

Pentru transformări geometrice (prima parte), programul se poate folosi astfel: la apariția mesajului „M (x,y) x =” se introduc coordonatele punctului initial căruia î se va aplica funcția. Punctul este fixat pe grafic, apoi, sint cerute de calculator coordonatele punctului în care acesta va fi mutat, prin mesajul „M' (x, y) x =”, după care va fi desenată automat funcția F, și va apărea mesajul „(F)<sup>-1</sup> sau (M) (x, y)”. Există, astfel, posibilitatea de a continua transformarea geometrică cu un alt punct M''(x, y), care permite construirea funcției inverse sau continuarea cu un punct, unde se ajunge prin funcția G(M)<sup>-1</sup> sau GoF din M. Dacă se alege F<sup>-1</sup> și se tastează (F), atunci se desenează funcția respectivă. Apoi, se tastează M și sint cerute coordonatele punctului M''. După fixarea acestui punct și apariția funcției G, revine mesajul „(F)<sup>-1</sup> sau M(x, y)”, unde putem alege F<sup>-1</sup> și este construită inversa lui G, iar prin tastarea punctului M este indicată funcția GoF.

Apariția pe liniile din partea de jos a ecranului a mesajului (T) (M) (C) indică tastele ce pot fi folosite. Ele au rolul de a reduce mesajul „Alegeți 1, 2 sau 3”, punct din care se poate indica o altă ramură a programului. (T), (M) are rolul de a șterge desenul realizat și de a continua aceeași parte cu un nou punct M, iar (C) continuă, fără a șterge ecranul, cu un alt M.

*Partea a 2-a*, Translații, începe cu același mesaj „M(xy)x =” și cere coordonatele punctului din care va desena o dreaptă. Următorul mesaj este „M'(x,y)x =” prin care se cere punctul din capătul opus al dreptei. După aceasta dreapta este desenată și apare mesajul „M''(x,y)x =” care va cere coordonatele punctului din care se va trasa o dreaptă identică cu prima. Pe liniile din partea de jos a ecranului

va apărea în acest moment următorul mesaj (T) (M) (C) (Z) (H). Acestea reprezintă taste care au funcțiile următoare: cu T se revine la mesajul „Alegeți 1, 2 sau 3”, cu M se sterge desenul existent și se reia cu un nou M, cu C se revine la un nou punct M dar nu se sterge desenul existent, cu H se cere un nou punct M, iar cu Z un nou M''. Astfel, există posibilitatea de a desena mai multe drepte diferite sau identice pe același ecran.

*Partea a treia a programului (rotații)*, începe cu mesajul „Introduceți numărul de virfuri” prin care se cere introducerea numărului de virfuri al figurii, apoi se desenează figura. Mesajul „Opțiuni (0), (1), (2), (3) (4)” indică cele cinci posibilități și anume: (0) revine la începutul porții a 3-a, (1) redesenează figura inițială ștergind figurile desenate ulterior, (2) rotește figura cu unghiul indicat, (3) rotește figura pas cu pas, pasul fiind cel indicat de utilizator la mesajul „Indicați pasul rotirii”, după care se indică „Unghiul maxim”. Cu opțiunea (4) se revine la mesajul „Alegeți 1, 2 sau 3”, de unde se poate alege una din cele trei părți ale programului.

*Programul a fost realizat  
în cadrul cercului de informatică al  
liceului „Dimitrie Cantemir” din București.*

## TANGENTA, LIMITĂ A SECANTEI

### 1. SCOPUL PROGRAMULUI

Programul își propune să arate calitativ, cum se definește tangenta la o curbă într-un punct al ei și totodată deschide o punte către subiectul „derivata unei funcții” din analiza matematică.

### 2. CONSIDERAȚII TEORETICE

Desenați o curbă oarecare și marcați un punct  $P_0$  al ei. Alegeți la stanga și la dreapta acestui punct perechi de puncte ale curbei  $D_1, S_1; D_2, S_2; D_3, S_3; \dots; D_k, S_k$ ; ... din ce în ce mai apropiate de  $P_0$  (Fig. 1).

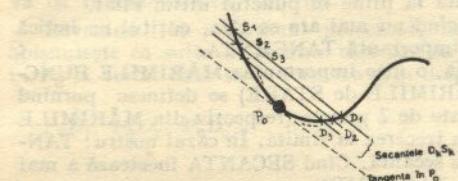


Fig. 1

Este binecunoscută axioma: *Două puncte (distingute) determină o dreaptă și numai una.*

Imaginați-vă că punctele  $S_k, D_k$  ( $K = 1, 2, \dots$ ) se apropie din ce în ce mai mult de punctul  $P_0$ . Secantele  $D_k S_k$  vor intercepta o coardă din ce în ce mai mică pe curba dată. Cind cele două puncte devin (ambele) chiar  $P_0$ , nu mai putem preciza care este secanta, întrucât a determină o dreaptă ce unește pe  $P_0$  cu  $P_0$  este o problemă ce are o infinitate de soluții (toate dreptele ce trec prin  $P_0$ ).

Pe baza acestor observații se va introduce conceptul de tangentă într-un punct al unei curbe la acea curbă; dar, mai întii, pentru a realiza mai bine acest proces de atingere a unei limite, imaginați-vă un cuțit care tăie o felie de pâine. În fiecare moment, există cele două puncte unde muchia tăietoare a cuțitului intersectează (tăie) coaja pâinii (Fig. 2).

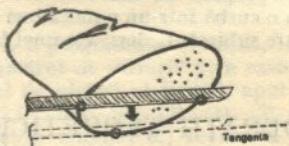


Fig. 2 Planul feliei tăiate

Este inevitabil ca cele două puncte să nu se confundă (în momentul cind tăișul cuțituluiiese din pâine). Spunem că ultima orientare pe care o are tăișul cuțitului cind iese din pâine este tangentă la pâine în punctul ultim tăiat.

Deci, tocmai cind nu mai are ce tăia, cuțitul ne indică o dreaptă foarte importantă TANGENTA.

Observați, dea, o idee importantă: MĂRIMILE PUNCTUALE (sau MĂRIMILE de STARE) se definesc pornind de la mărimi legate de 2 puncte (respectiv din MĂRIMILE de PROCES) prin trecerea la limită. În cazul nostru: TANGENTA nu este o secantă. Cind SECANTA incetează a mai fi definită, apare TANGENTA.

Să mai dăm un exemplu (din fizică): pentru a caracteriza rapiditatea cu care se deplasează un mobil se definește viteza lui ca raport dintre spațiul parcurs între două puncte  $S_k$  și  $D_k$  ( $K = 1, 2, \dots$ ) și timpul necesar acestei deplasări. Ceea ce obținem astfel nu este o viteză instantanee. Se pot monta două celule fotoelectricice, de pornire și de oprire (CFP și CFO), ale unui cronometru electronic (CE — Fig. 3) și obținem o viteză mijlocie (pe întreg segmentul  $S_1 D_1$ ). Dacă restringem porțiunea pe care executăm măsurătoarea, obținem o informație din ce în ce mai precisă, dar pentru o zonă din ce în ce mai mică. Viteza instantanee în  $P_0$  se

obține ca limită a acestui proces de îngustare a intervalului studiat TOCMAI cind proceful indicat nu ar mai avea sens (ca și cum am pune ambele celule fotoelectricice în  $P_0$ ).

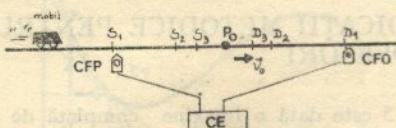


Fig. 3

Vitezometrul mașinii este acel aparat care ne indică viteza mașinii în fiecare moment de timp — deci, viteza este o MĂRIME DE STARE, deși, s-a definit inițial ca o MĂRIME DE PROCES. De reținut că multe dintre mărimele de stare sunt limitele unora mărimi de proces. Veți întlni în studiul multor științe acest principiu, iar „Analiza matematică” îl va da fundamentarea teoretică.

Revenind la programul prezentat, menționăm că se obișnuiește ca suita de secante care are ca limită tangenta în  $P_0$  la curbă dată să se formeze prin drepte:

$$P_0 D_1, P_0 D_2, P_0 D_3, \dots \quad (\text{Fig. 4})$$

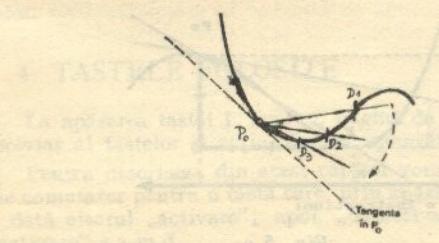


Fig. 4

De asemenea, se pot lua secantele  $P_0S_1$ ,  $P_0S_2$ ,  $P_0S_3$ , ... În analiza matematică se întâlnesc chiar noțiuni mai ciudate ca: limită la stînga și limită la dreapta.

### 3. INDICAȚII METODICE PENTRU PROFESORI

În fig. 5 este dată o imagine completă de pe ecranul TV, ce apare în timpul rulării programului. Elementele:

- proiecții ale punctului  $P_0$  și  $P$  pe axele de coordonate;
- secanta ce se obține prin punctele  $P$  și  $P_0$ ;
- triunghiul variațiilor  $Dx = X - X_0$  și cel al  $DY = f(x) - f(x_0)$  pot fi sau nu afișate concomitent (vezi opțiunile de utilizare Capitolul 4). Se poate, astfel, conduce o prezentare a materialului fără supraîncărcarea desenului, menținind numai unele dintre elementele afișabile.

Atât punctul  $P_0$ , cât și punctul curent  $P$ , pot fi deplasate spre stînga sau spre dreapta, din unitate în unitate, sau în pași mai mari. Utilă este și comanda  $X$  (vezi 4) care interzice schimbă punctele  $P_0$  și  $P$ .

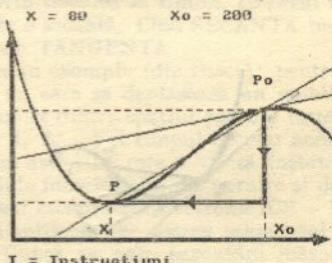


Fig. 5 a

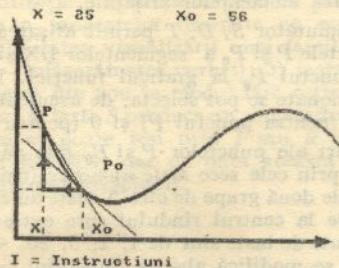


Fig. 5 b

Alegind  $X_0 = 200$  și crescind  $X$  de la 10 spre 230, se poate pune în evidență posibilitatea ca secantele diferite, care au ca limită tangenta în  $P_0$ , să oscileze ca orientare în jurul tangentei din  $P_0$ .

Există două subprograme numite variația secantei și variația tangentei. Primul pune în evidență toate secantele din punctul  $P_0$  cu diverse puncte de pe curba dată, iar al doilea permite vizualizarea dinamică a tangențelor din toate punctele graficului. Tangenta ce apare pe ecran se plimbă în lungul curbei spre stînga și spre dreapta, pasul putind fi modificat din comenziile de stînga dreapta; totodată, există și facilitatea de reținere pe același desen a tuturor tangențelor.

### 4. TASTELE FOLOSITE

La apăsarea tastei I, apare o pagină de instrucțiuni (un breviar al tastelor și acțiunilor corespunzătoare).

Pentru descrierea din acest capitol vom folosi termenul de comutator pentru o tastă care, prin apăsări succesive, are o dată efectul „activare”, apoi „dezactivare” și din nou „activare” s.a.m.d.

a) Selectarea elementelor afișabile.

Tastele comutator  $S$ ,  $D$ ,  $T$  permit afișarea secantei definite de punctele  $P$  și  $P_0$  și a segmentelor  $DX$  și  $DY$  și a tangentei din punctul  $P_0$  la graficul funcției. Proiecțiile pe axe de coordonate se pot selecta, de asemenei, prin tastele comutator  $P$  (pentru punctul  $P$ ) și  $0$  (pentru punctul  $P_0$ ).

b) Deplasări ale punctelor  $P$  și  $P_0$  (ale valorilor lui  $X$  și  $X_0$ ) se fac prin cele zece taste numerice (rîndul de sus al tastaturii). Cele două grupe de cîte 5 taste au efect de stînga și dreapta. De la centrul rîndului spre extremități deplasările comandate de taste sint de 1, 2, 5, 20, 40 de unități. În acest mod se modifică abscisa punctului curent  $P$  (deci valoarea lui  $x$ ); dacă se folosește Caps Shift se obțin deplasări ale punctului  $P_0$ .

c) Alte facilități

tasta  $X$ : execută interschimbarea punctului  $P$  cu  $P_0$  ( $x$  și  $x_0$  schimbă valorile între ele).

tasta  $I$ : afișarea unui breviar de comenzi ale tastaturii (pe scurt conținutul acestui capitol); revenirea din această stare se face la apăsarea oricărei taste.

$CS + S$  subprogramul „variația secantei”: „Se modifică culoarea marginii ecranului și se trasează toate secantele formate cu punctele de pe grafic și punctul  $P_0$ . Cind trасarea secantelor s-a terminat, calculatorul menține 15–20 secunde figura obținută, după care revine la programul principal. Pentru ieșirea mai rapidă din această secvență se va apăsa orice tastă.

$CS + T$ : subprogramul „variația tangentei”.

Din acest subprogram se ieșe oricind apăsând ENTER (CR). Culoarea marginii ecranului se modifică și se poate urmări cum dreapta tangentă la curbă se deplasează stînga-dreapta pe tot parcursul curbei.

Există următoarele facilități: 1) se poate schimba pasul cu care se deplasează tangentă din tastele

de direcție; 2) tasta  $R$  produce efectul de reținere a tangentelor desenate pe ecran (și, deci, posibilitatea vizualizării unei familii de tangente – înfășurătoarea curbei); 3) tasta  $F$  realizează trecerea din nou în modul fără reținerea tangentelor; 4) tasta  $S$  produce un stop cadru; din această stare se poate ieșî prin  $F$  sau  $R$  (și bineînțeles prin ENTER, dar de data aceasta se revine la programul principal).

înălțării, cărora se adaugă o perioadă de  
încetare, care nu este totuști întotdeauna și nu  
este întotdeauna înălțarea care urmărește  
încetarea. Căci în unele situații, înălțarea  
se întâmplă chiar și înainte de încetarea  
înălțării. De la respectiv moment începe decelerarea  
înălțării, urmată de scăderea de la 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 617, 618, 619, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1409, 1410, 1411, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1419, 1420, 1421, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1429, 1430, 1431, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1439, 1440, 1441, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1449, 1450, 1451, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1459, 1460, 1461, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1469, 1470, 1471, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1479, 1480, 1481, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1489, 1490, 1491, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1498, 1499, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1519, 1520, 1521, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1529, 1530, 1531, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1539, 1540, 1541, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1549, 1550, 1551, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1559, 1560, 1561, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1569, 1570, 1571, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1579, 1580, 1581, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1589, 1590, 1591, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1598, 1599, 1599, 1600, 1601, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1609, 1610, 1611, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1619, 1620, 1621, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1629, 1630, 1631, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1639, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1649, 1650, 1651, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1669, 1670, 1671, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1689, 1690, 1691, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1698, 1699, 1699, 1700, 1701, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1709, 1710, 1711, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1719, 1720, 1721, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1729, 1730, 1731, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1739, 1740, 1741, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1749, 1750, 1751, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1779, 1780, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1789, 1790, 1791, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1798, 1799, 1799, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1829, 1830, 1831, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1839, 1840, 1841, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848, 1849, 1849, 1850, 1851, 1852, 1853, 1854, 1855, 1856, 1857, 1858, 1859, 1859, 1860, 1861, 1862, 1863, 1864, 1865, 1866, 1867, 1868, 1869, 1869, 1870, 1871, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1889, 1890, 1891, 1892, 1893, 1894, 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1899, 1900, 1901, 1902, 1903, 1904, 1905, 1906, 1907, 1908, 1909, 1909, 1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916, 1917, 1918, 1919, 1919, 1920, 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939, 1939, 1940, 1941, 1942, 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948, 1949, 1949, 1950, 1951, 1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1969, 1970, 1971, 1972, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977, 1978, 1979, 1979, 1980, 1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075

# TRIUNGHI

## 1. CONSIDERAȚII GENERALE

Programul TRIUNGHI a fost conceput ca un utilitar didactic, dedicat tuturor celor care doresc să rezolve probleme legate de metrika triunghiului. Programul este alcătuit unitar necesitând o singură încărcare. Fiind realizat pe baza principiilor de interactivitate, programul poate fi folosit și de persoane care nu posedă cunoștințe de informatică.

## 2. UTILIZARE

Încărcarea programului se realizează cu comanda LOAD „ ”, iar lansarea în execuție este automată.

După încărcare, se afișează o listă formată din 15 elemente ale unui triunghi:

Latura	a		
Latura	b	Aria	S
		Raza cerc circumscris	
Latura	c	Raza cerc inscris	r
Unghiu	A	Înălțimea	hA
Unghiu	B	Înălțimea	hB
Unghiu	C	Înălțimea	hC
Perimetru	P		

Pe liniile din partea de jos a ecranului sunt afișate indicații privitoare la introducerea datelor. Astfel, cu tastele 6 și 7 se poate realiza mutarea cursorului (=) în jos și, respectiv, în sus în scopul alegării elementului a cărui valoare urmează să se introducă.

Se pot introduce 3 elemente oarecare ale unui triunghi.

Validarea opțiunii se face acționând tasta I, după care se poate introduce valoarea pentru elementul ales.

De exemplu: acționând tasta 6 de 3 ori, cursorul (=) va ajunge în dreptul elementului "Unghiu A". Dacă de dor este introducerea unei valori pentru unghiul A, atunci se acționează tasta I, iar apoi se introduce valoarea, de exemplu 60. Astfel, a 3-a linie afișată va deveni *Unghiu A = 60*, semnificând faptul că se va lua în considerare un triunghi al cărui unghi A este de  $60^\circ$ .

Repetind acționarea tastei 6 pentru coborârea cursorului, urmată de tasta I pentru validarea alegării, se introduce mărimea unghiului B (de exemplu  $40^\circ$ ) și analog pentru C,  $80^\circ$  ( $A + B + C = 180^\circ$ ). Dacă s-a introdus deja un element care nu se mai dorește, corectarea se face prin acționarea simultană a tastelor CS și SPACE, realizându-se astfel stergerea tuturor valorilor introduse (și apoi reluarea programului). După introducerea celor 3 elemente ecranul se va sterge și calculatorul va comunica mesajul că poate construi doar un triunghi asemenea cu cel dat, lăsând o valoare arbitrară pentru latura „a”. Apoi, va oferi și formulele pentru determinarea celorlalte laturi;

$$l_1 = 1$$

$$l_2 = \frac{l_1 \sin U_3}{\sin (U_1 + U_2)}$$

$$l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos U_3}$$

$U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  fiind unghurile ale căror valori au fost deja introduse, iar  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  laturile triunghiului.

Apoi, se vor afișa valorile numerice ale elementelor triunghiului astfel:

$$\left. \begin{array}{ll} a = 1 & m = 0,81 \\ b = 0,74 & m = 1 \\ c = 1,13 & m = 0,67 \end{array} \right\} \text{medianele}$$

$P = 2,87$	$R = 0,57$	raza cercului circumscris
$S = 0,36$	$r = 0,25$	raza cercului inscris
$A = 60^\circ$	$R_a = 0,83$	
$B = 40^\circ$	$R_b = 0,52$	
$h_A = 0,73$	$R_c = 1,20$	
$h_B = 0,98$	$B_A = 0,77$	
$h_C = 0,64$	$B_B = 1$	
	$B_C = 0,65$	

} razele cercurilor exinscrise  
} bisectoarele

Acest tabel cu date rămâne pe ecran atât timp cât nu se răspunde la întrebarea "Doriți Hard Copy? (D/N)".

**OBSERVAȚIE:** Dacă nu aveți cuplată imprimanta, nu este indicat să se aleagă opțiunea „D” pentru Hard Copy.

În continuare, vor fi desenate, pe rînd, triunghiul, înălțimile în triunghi, medianele triunghiului, bisectoarele și cercul inscris, precum și triunghiul inscris în cerc. Există opțiune și pentru ca acest desen să se poată copia de pe ecran.

### 3. INDICAȚII CU PRIVIRE LA UTILIZAREA PROGRAMULUI ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR

Să presupunem că se dă următoarea problemă: să se determine aria triunghiului format din intersecțiile înălțimii din vîrful C cu bisectoarea unghiului A și cu mediana din vîrful B.

După introducerea datelor, prin utilizarea programului TRIUNGHII, se va realiza desenul, iar pe ecran va apărea un mesaj în vederea completării desenului cu alte elemente. În acest scop, se afișează o listă de opțiuni cu următoarele elemente:

$H_1 H_2 H_3 M_1 M_2 M_3$   
 $B_1 B_2 B_3 C_1$  End Rad

Se poate opta pentru oricare dintre aceste elemente. Astfel, avind în vedere problema dată, se vor actiona tastele corespunzătoare elementelor  $H_3$ ,  $B_1$ ,  $M_2$ , acestea semnificând respectiv înălțimea din C, bisectoarea din A și mediana din B ( $C_1$  semnifică cercul inscris în triunghi). Dacă se găsește la introducere, apăsând succesiv tastele R, A, D (Rad), vor fi sterse liniile desenate anterior, rămânind doar triunghiul. Dacă se actionează tastele E, N, D (end) va apărea un mesaj care permite realizarea diverselor măsurători și calcule, ca de exemplu, calculul coordonatelor unui punct, calculul lungimilor diferitelor segmente, etc. Dacă se dorește efectuarea diferitelor calcule se va actiona tasta „D” (de la „Da”) și va apărea o listă cu următoarele opțiuni:

- |                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| 1. Coordonate         | 3. Mărimi unghi |
| 2. Lungimi de segment | 4. Arie         |

Dacă se indică opțiunea 1, calculatorul va aștepta o poziționare a punctului luminos (spot clipitor), poziționare validată prin tasta M.

Dacă se indică opțiunea 2, se așteaptă selectarea a două puncte, validate, de asemenea, prin actionarea tastei M.

Pentru opțiunile 3 și 4 se așteaptă selectarea a 3 puncte. În toate cazurile la ultima validare prin M, va apărea și valoarea calculată, conform opțiunii alese. De exemplu, la actionarea tastei 4, pentru calculul de arie, va apărea o listă de opțiuni referitoare la modul în care se pot alege cele trei puncte ce determină triunghiul a cărui arie se dorește a se calcule. În colțul din stînga jos apare punctul clipitor care se poate deplasa pe ecran astfel:

- tasta 1 – deplasează punctul rapid la stînga;
- tasta 2 – deplasează punctul rapid în jos;
- tasta 3 – deplasează punctul rapid în sus;

tasta 4 — deplasează punctul rapid la dreapta;  
 tasta 5 — deplasează punctul lent în stînga;  
 tasta 6 — deplasează punctul lent în jos;  
 tasta 7 — deplasează punctul lent în sus;  
 tasta 8 — deplasează punctul lent la dreapta.

ACTIONIND acum tasta  $M$ , alegerea poziției punctului va fi validată. Se poate, astfel, deplasa punctul pînă cînd se suprapune (pe rînd) peste cele trei care determină intersecția dintre  $h_a$ ,  $h_b$ ,  $m_b$ .

După ce s-a realizat validarea acestor trei puncte, se va afișa: Aria = 0,0009403135 unități de arie proporționale cu datele introduse ( $a = 1$  u.e.).

Dacă se dorește reluarea unui alt exemplu, se vor acționa în continuare tastele  $CS$  și  $SPACE$ . Ca un alt exemplu oferim spre verificare următoarea problemă:

Să se construiască un triunghi pentru care se cunoaște  $P = 300$ ,  $h = 40$  și  $B = 45$ .

Lucrînd ca în exemplul precedent, calculatorul va indica spre folosire următorul set de formule:

$$l_1 = \frac{h}{\sin U_2}$$

$$u = l_1^2 + (P - l_1)^2 - 2 l_1 (P - l_1) \cos U_2$$

$$U_1 = 2 \arccos \left( \frac{(P - l_1)^2 + u - l_1^2}{2(P - l_1) \sqrt{u}} \right)$$

$$U_3 = 180^\circ - (U_1 + U_2)$$

$$l_2 = \frac{l_1 \sin U_3}{\sin(U_2 + U_3)}$$

$$l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2 l_1 l_2 \cos U_3}$$

după care programul va rula analog exemplului anterior.

Menționăm, totodată, că pentru realizarea acestui program au fost folosite formulele matematice cunoscute, precum și un număr de 60 de formule inedite, descoperite din necesitatea ca acest program să poată rezolva orice problemă de construcție sau de relații metrice în triunghi.

*Programul a fost realizat  
în cadrul cercului de informatică al  
liceului "Dimitrie Cantemir" din București.*

RECOOP A REALIZAT URMĂTOARELE  
PROGRAME PENTRU CALCULATOR :

- 1 JOCURI : Sah, Jump (salt), Rubic (Jocul pătratelor), GO (Gomoku), Mastermind, Grafice (joc matematic), Lab (culesul cireșelor), Rebec, Dipo (vulpi și iepuri). *(Caseta nr. 1).*
- 2 JOCURI : GO (Gomoku), Mastermind, Sah, Reversi, Lab (Labirint). *(Caseta nr. 2).*
- 3 JOCURI : Fotbal logic, Superevol, Raliu, Simultan. *(Caseta nr. 3).*
- 4 JOCURI : Logic IM — 2, Biliard, Iepure, Simultan. *(Caseta nr. 4).*
- 5 JOCURI : Tictactoe, Broscuțe, Deplasare, Nim, Cărare, Drum, Pătrate, Impas, Triplet, A (Animale), Obstacole, Jungla, Traversare, Vrăjitorul, Ariadna, Vînătoare, Robac, Domino, Hang, Hanoi, Loyd, Predan, Peștera, Labirint, Dipo, Septică. *(Caseta nr. 5).*
- 6 CHIMIE : Acizi, Formula, Mendeleev, Valență, Ecuații. *(Caseta nr. 6).*
- 7 JOCURI : Logo, Română, Desene, Joc, Sah, Tictato, Foto, *(Caseta nr. 7).*

8 LIMBĂ STRĂINĂ : Limba engleză, Hang, Cvintele vrăjite, Rebus. *(Caseta nr. 8).*

9 FIZICĂ : Caseta nr. 9 în curs de apariție.

10 MATEMATICĂ : Izometrii, TLS (Tangenta — limită a secantei), Triunghi.

NOTĂ : *Cei care pot elabora programe pentru jocuri, diferite discipline de învățămînt, grafică etc. și doresc să colaboreze cu RECOOP. se pot adresa la tel. 13.81.75 ; 15.04.10 ; 15.72.93, interior 112 sau 115.*

**Editat de RECOOP**



Tiparul executat sub comanda nr. 2390  
la I. P. „Filaret”, str. Fabrica de chibrituri  
nr. 9–11, Bucureşti  
Repubica Socialistă România